

6. Équations - Inéquations

L'essentiel

● Équation produit

Si un produit de facteurs est nul, alors l'un des facteurs au moins est nul.

Exemple :

L'équation produit $(x + 3)(x - 4) = 0$ s'écrit aussi $x + 3 = 0$ ou $x - 4 = 0$.

Les solutions sont -3 et 4 .

● Inéquations

Pour résoudre une inéquation, on peut à chaque étape :

- simplifier les membres de l'inéquation ;
- ajouter ou soustraire un même nombre aux deux membres ;
- multiplier ou diviser les deux membres par un même nombre strictement positif ;
- multiplier ou diviser les deux membres par un même nombre strictement négatif en changeant le sens de l'inégalité.

Exemple :

L'inéquation $3x - 5 < 5x + 13$ donne successivement :

$$3x - 5x < 13 + 5; \quad x > \frac{18}{-2};$$

$$-2x < 18; \quad x > -9.$$

Les solutions de l'inéquation sont tous les nombres strictement supérieurs à -9 .

Tests

1 QCM Pour chaque question, trouver la bonne réponse.

1. Les solutions de $4x(5 - 2x) = 0$ sont :	a. -4 et $2,5$	b. 0 et $2,5$	c. 4 et $2,5$	d. 0 et $-2,5$
2. L'équation $(x + 3) + (x - 5) = 0$ a pour solution(s) :	a. -3 et 5	b. -3	c. -1	d. 1
3. $(2x + 3)^2 - (x + 6)^2 = 0$ a pour solutions :	a. $-1,5$ et -6	b. $-1,5$ et $+6$	c. -3 et $+3$	d. -3 et $+9$

2 Vrai ou faux ? Justifier chaque réponse.

1. Les solutions de l'inéquation $-2x - 4 \geq 8$ sont les nombres supérieurs ou égaux à -6 .
2. La partie en rouge représente l'ensemble des nombres inférieurs ou égaux à 3 :
3. Les trois inéquations $2x \geq -10$, $-x \leq 5$ et $3x - 5 \geq 4x$ ont les mêmes solutions.



Applications directes

3 Résoudre l'équation $0,5x = 7,5 + 0,2x$.

4 2 est-il solution de l'équation $2a^2 - 3a - 5 = 1$? Justifier la réponse.

5 Résoudre les équations suivantes :

- a. $(x - 2)(x - 4) = 0$;
- b. $(2x + 3)(7x - 4) = 0$.

6 On donne : $E(x) = (3x - 5)^2 - 2(3x - 5)$.

1. Factoriser $E(x)$.
2. Résoudre l'équation : $E(x) = 0$.

7 Recopier et compléter à l'aide du symbole $<$, \leq , $>$ ou \geq :

- a. Si $-4x \leq -12$, alors $x \dots 3$;
- b. Si $x - 4 > 1$, alors $x \dots 5$;
- c. Si $6x \leq 12$, alors $x \dots 2$;
- d. Si $-3x > 6$, alors $x \dots -2$.

8 Résoudre les inéquations suivantes :

- a. $x - 15 \leq 40$;
- b. $3x < 42$;
- c. $-2x < 12$.

9 Résoudre les inéquations suivantes :

- a. $3x + 7 \leq 15 - x$;
- b. $2x + 3 < 4x - 6$;
- c. $-3x + 2 > 4x - 5$;
- d. $6 - 3x \leq 10 - x$.

6. Équations – Inéquations

Corrigés

Tests

1 1. $4x(5 - 2x) = 0$

$\Leftrightarrow 4x = 0$ ou $5 - 2x = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$ ou $2,5 = x$: réponse **b**.

2. Attention, ce n'est pas une équation produit.

$(x + 3) + (x - 5) = 0 \Leftrightarrow 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$:

réponse **d**.

3. $(2x + 3)^2 - (x + 6)^2 = 0$

$\Leftrightarrow (2x + 3 + x + 6)(2x + 3 - x - 6) = 0$

$\Leftrightarrow (3x + 9)(x - 3) = 0$

$\Leftrightarrow 3x + 9 = 0$ ou $x - 3 = 0$

$\Leftrightarrow x = -3$ ou $x = 3$: réponse **c**.

2 1. Faux :

$-2x - 4 \geq 8 \Leftrightarrow -2x \geq 12 \Leftrightarrow x \leq 12 \div (-2)$

$\Leftrightarrow x \leq -6$.

2. Faux : À cause du crochet, la partie en rouge représente l'ensemble des nombres strictement inférieurs à 3.

3. Faux : $2x \geq -10 \Leftrightarrow x \geq -5$,

$-x \leq 5 \Leftrightarrow x \geq -5$

et $3x - 5 \geq 4x \Leftrightarrow -5 \geq x \Leftrightarrow x \leq -5$.

Applications directes

3 $0,5x = 7,5 + 0,2x \Leftrightarrow 0,5x - 0,2x = 7,5$

$\Leftrightarrow 0,3x = 7,5$; $\Leftrightarrow x = 7,5 \div 0,3$; $\Leftrightarrow x = 25$.

La solution de l'équation $0,5x = 7,5 + 0,2x$ est 25.

4 Pour $a = 2$, l'expression $2a^2 - 3a - 5$ vaut :

$2 \times 2^2 - 3 \times 2 - 5 = 8 - 6 - 5 = -3$; ce n'est pas 1.

2 n'est pas solution de l'équation $2a^2 - 3a - 5 = 1$.

5 a. $(x - 2)(x - 4) = 0$ est une équation produit.

Un produit de facteurs est nul si, et seulement si,

l'un au moins de ses facteurs est nul.

On a donc $x - 2 = 0$ ou $x - 4 = 0$

$\Leftrightarrow x = 0 + 2$ ou $x = 0 + 4$.

Les solutions sont 2 et 4.

b. $(2x + 3)(7x - 4) = 0$ est une équation produit.

On a : $2x + 3 = 0$ ou $7x - 4 = 0$,

$\Leftrightarrow 2x = -3$ ou $7x = 4$,

$\Leftrightarrow x = -3 \div 2$ ou $x = 4 \div 7$.

Les solutions sont $-1,5$ et $\frac{4}{7}$.

6 1. $E = (3x - 5)(3x - 5) - 2(3x - 5)$
 $= (3x - 5)[(3x - 5) - 2]$

On a donc $E = (3x - 5)(3x - 7)$.

2. On veut $(3x - 5)(3x - 7) = 0$.

Un produit de facteurs est nul si, et seulement si, l'un au moins de ses facteurs est nul.

On a : $3x - 5 = 0$ ou $3x - 7 = 0$

$\Leftrightarrow 3x = 5$ ou $3x = 7 \Leftrightarrow x = 5 \div 3$ ou $x = 7 \div 3$.

Les solutions de cette équation sont $\frac{5}{3}$ et $\frac{7}{3}$.

7 a. Si $-4x \leq -12$, alors $x \geq 3$;

b. Si $x - 4 > 1$, alors $x > 5$;

c. Si $6x \leq 12$, alors $x \leq 2$;

d. Si $-3x > 6$, alors $x < -2$.

8 a. $x - 15 \leq 40 \Leftrightarrow x - 15 + 15 \leq 40 + 15$
 $\Leftrightarrow x \leq 55$.

Les solutions sont les nombres inférieurs ou égaux à 55.

b. $3x < 42 \Leftrightarrow 3x \div 3 < 42 \div 3 \Leftrightarrow x < 14$.

Les solutions sont les nombres strictement inférieurs à 14.

c. $-2x < 12 \Leftrightarrow -2x \div (-2) > 12 \div (-2) \Leftrightarrow x > -6$.

Les solutions sont les nombres strictement supérieurs à -6 .

9 a. $3x + 7 \leq 15 - x \Leftrightarrow 3x + x \leq 15 - 7$

$\Leftrightarrow 4x \leq 8 \Leftrightarrow x \leq 8 \div 4 \Leftrightarrow x \leq 2$.

Les solutions sont les nombres inférieurs ou égaux à 2.

b. $2x + 3 < 4x - 6 \Leftrightarrow 2x - 4x < -6 - 3$

$\Leftrightarrow -2x < -9 \Leftrightarrow x > -9 \div (-2) \Leftrightarrow x > 4,5$.

Les solutions sont les nombres strictement supérieurs à 4,5.

c. $-3x + 2 > 4x - 5 \Leftrightarrow -3x - 4x > -5 - 2$

$\Leftrightarrow -7x > -7 \Leftrightarrow x < -7 \div (-7) \Leftrightarrow x < 1$.

Les solutions sont les nombres strictement inférieurs à 1.

d. $6 - 3x \leq 10 - x \Leftrightarrow -3x + x \leq 10 - 6$

$\Leftrightarrow -2x \leq 4 \Leftrightarrow x \geq 4 \div (-2) \Leftrightarrow x \geq -2$.

Les solutions sont les nombres supérieurs ou égaux à -2 .