

3. Racines carrées

L'essentiel

1. Définition et conséquences

Soit a un nombre positif : on appelle racine carrée de a le nombre positif dont le carré vaut a .

La racine carrée de a se note \sqrt{a} et on a :

$$\sqrt{a^2} = a \quad \text{et} \quad \sqrt{a^2} = a.$$

2. Règles de calcul

Soit a et b deux nombres positifs.

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}; \quad \sqrt{a^2 \times b} = a\sqrt{b}; \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ (si } b \neq 0\text{)}.$$

Exemple :

$$3\sqrt{2} - \sqrt{98} = 3\sqrt{2} - \sqrt{7^2 \times 2} = 3\sqrt{2} - 7\sqrt{2} = (3 - 7)\sqrt{2} = -4\sqrt{2}.$$

3. Équations et racines carrées

• L'équation $x^2 = a$ avec $a < 0$ n'a pas de solution.

• L'équation $x^2 = a$ avec $a > 0$ a deux solutions :

$$x = \sqrt{a} \quad \text{et} \quad x = -\sqrt{a}.$$

Exemple :

L'équation $x^2 - 16 = 0$ s'écrit aussi :

$$x^2 = 16; \quad x = \sqrt{16} \quad \text{ou} \quad x = -\sqrt{16}.$$

Les solutions sont 4 et -4.

Test

1 QCM Pour chaque question, trouver la bonne réponse.

1. Que vaut $\sqrt{64}$?	a. 64	b. 8	c. -8	d. 4 096
2. Que vaut $\sqrt{72}$?	a. $6\sqrt{2}$	b. $8\sqrt{4}$	c. $2\sqrt{6}$	d. $8\sqrt{9}$
3. $\sqrt{32} - \sqrt{18}$ vaut :	a. $2\sqrt{4} - 2\sqrt{3}$	b. 14	c. 1	d. $\sqrt{2}$
4. L'équation $(x - 2)^2 - 9 = 0$ a pour solution(s) :	a. 11	b. 3	c. 5 et -1	d. 6,5

Applications directes

2 Effectuer les produits suivants et donner chaque résultat sans radical.

$$A = \sqrt{2} \times \sqrt{18}; \quad B = \sqrt{75} \times \sqrt{3}; \quad C = \sqrt{7} \times 63;$$

$$D = \sqrt{30} \times \sqrt{0,3}; \quad E = \sqrt{5} \times \sqrt{0,8}; \quad F = \sqrt{5} \times \sqrt{9,8}.$$

3 Simplifier les racines carrées suivantes.

$$A = \sqrt{28}; \quad B = \sqrt{50}; \quad C = \sqrt{75};$$

$$D = \sqrt{396}; \quad E = \sqrt{450}.$$

4 On donne : $A = \sqrt{12} - 5\sqrt{75} + 2\sqrt{147}$.

Écrire A sous la forme $a\sqrt{3}$, où a est un nombre entier.

5 On donne : $B = 3\sqrt{2} - \sqrt{98}$.

a. Donner la valeur arrondie au centième de B .

b. Écrire B sous la forme $a\sqrt{2}$ où a est un entier.

6 Écrire C sous la forme $a\sqrt{6}$ où a est un nombre entier relatif :

$$C = \sqrt{96} + 5\sqrt{6} - 3\sqrt{150}.$$

7 Résoudre l'équation : $x^2 - 25 = 0$.

3. Racines carrées

Corrigés

Test

1. $\sqrt{64} = \sqrt{8^2} = 8$ réponse **b**.
2. $\sqrt{72} = \sqrt{6^2 \times 2} = 6\sqrt{2}$: réponse **a**.
3. $\sqrt{32} - \sqrt{18} = \sqrt{4^2 \times 2} - \sqrt{3^2 \times 2}$
 $= 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = \sqrt{2}$: réponse **d**.
4. $(x - 2)^2 - 9 = 0$ donne successivement :
 $(x - 2)^2 = 9$;
 $x - 2 = 3$ ou $x - 2 = -3$;
 $x = 3 + 2$ ou $x = -3 + 2$;
 $x = 5$ ou $x = -1$: réponse **c**.

Applications directes

2. $A = \sqrt{2} \times \sqrt{18} = \sqrt{2 \times 18} = \sqrt{36} : A = 6$.
 $B = \sqrt{75} \times \sqrt{3} = \sqrt{75 \times 3} = \sqrt{225} : B = 15$.
 $C = \sqrt{7} \times \sqrt{63} = \sqrt{7 \times 63} = \sqrt{441} : C = 21$.
 $D = \sqrt{30} \times \sqrt{0,3} = \sqrt{30 \times 0,3} = \sqrt{9} : D = 3$.
 $E = \sqrt{5} \times \sqrt{0,8} = \sqrt{5 \times 0,8} = \sqrt{4} : E = 2$.
 $F = \sqrt{5} \times \sqrt{9,8} = \sqrt{5 \times 9,8} = \sqrt{49} : F = 7$.
3. $A = \sqrt{28} = \sqrt{2^2 \times 7} : A = 2\sqrt{7}$.
 $B = \sqrt{50} = \sqrt{5^2 \times 2} : A = 5\sqrt{2}$.
 $C = \sqrt{75} = \sqrt{5^2 \times 3} : C = 5\sqrt{3}$.
 $D = \sqrt{396} = \sqrt{6^2 \times 11} : D = 6\sqrt{11}$.
 $E = \sqrt{450} = \sqrt{5^2 \times 3^2 \times 2} = 5 \times 3 \times \sqrt{2} : E = 15\sqrt{2}$.

4. $A = \sqrt{12} - 5\sqrt{75} + 2\sqrt{147}$
 $= \sqrt{2^2 \times 3} - 5\sqrt{2^2 \times 3} + 2\sqrt{7^2 \times 3}$
 $= 2\sqrt{3} - 5 \times 5\sqrt{3} + 2 \times 7\sqrt{3}$
 $= (2 - 25 + 14)\sqrt{3}$.

On obtient : $A = -9\sqrt{3}$.

5. $B = 3\sqrt{2} - \sqrt{98}$
 $= 3\sqrt{2} - \sqrt{7^2 \times 2}$
 $= 3\sqrt{2} - 7\sqrt{2}$
 $= (3 - 7)\sqrt{2}$.

On a : $B = -4\sqrt{2}$.

6. $C = \sqrt{96} + 5\sqrt{6} - 3\sqrt{150}$
 $= \sqrt{4^2 \times 6} + 5\sqrt{6} - 3\sqrt{5^2 \times 6}$
 $= 4\sqrt{6} + 5\sqrt{6} - 3 \times 5\sqrt{6}$
 $= (4 + 5 - 15)\sqrt{6}$.

On obtient : $C = -6\sqrt{6}$.

7. On veut $x^2 = 25$.
L'équation $x^2 = a$ avec $a > 0$ s'écrit aussi :
 $x = \sqrt{a}$ ou $x = -\sqrt{a}$.

On a $x = \sqrt{25}$ ou $x = -\sqrt{25}$.

Les solutions sont 5 et -5.