Techniques de base

16. Trigonométrie

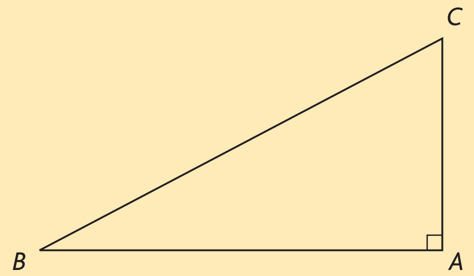
L'essentiel

Dans un triangle ABC rectangle en A, on a :

$$\cos\left(\widehat{ABC}\right) = \frac{\text{côté adjacent à } \widehat{B}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AB}{BC} \; ;$$

$$\sin\left(\widehat{ABC}\right) = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{B}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AC}{BC} \; ;$$

$$\tan\left(\widehat{ABC}\right) = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{B}}{\text{côté adjacent à } \widehat{B}} = \frac{AC}{AB}.$$



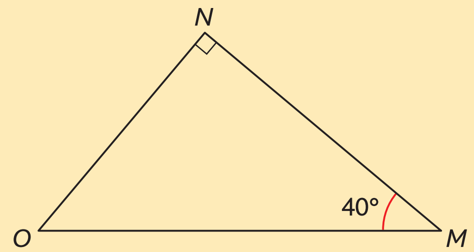
Exemple :

MNO est un triangle rectangle en N avec $ON = 5$ cm et $\widehat{NMO} = 40°$.

On a $\tan\left(\widehat{NMO}\right) = \dfrac{NO}{NM}$, soit $\tan(40°) = \dfrac{5}{MN}$.

On a $MN \times \tan(40°) = 5$, soit $MN = \dfrac{5}{\tan(40°)}$.

$\boldsymbol{MN = 5{,}96}$ **cm** à 0,01 près.



Test

1 QCM Pour chaque question, trouver la bonne réponse.

1. MNP est un triangle rectangle en N avec $NM = 3$ et $NP = 4$. Pour trouver une mesure de $\widehat{NMP}$ avec une calculatrice, on utilise la fonction :	**a.** sin	**b.** $\sin^{-1}$	**c.** tan	**d.** $\tan^{-1}$
2. On a $\sin(x) = 0{,}8 \div 4$. Que vaut x ?	**a.** environ 0,003 5°	**b.** environ 0,25°	**c.** environ 11,5°	**d.** environ 13,3°

Applications directes

2 NOP est un triangle rectangle en P.

1. a. Quelle est l'hypoténuse du triangle NOP ?

b. Quel est le côté opposé à $\widehat{NOP}$? et le côté adjacent à $\widehat{NOP}$?

2. Écrire $\cos\left(\widehat{NOP}\right)$, $\sin\left(\widehat{NOP}\right)$ et $\tan\left(\widehat{NOP}\right)$ à l'aide des longueurs des côtés de NOP.

3 Déterminer la valeur de x au degré près dans chacune des équations :

a. $\cos(x) = 0{,}4$; **b.** $\sin(x) = \dfrac{2}{3}$; **c.** $\tan(x) = 1{,}5$.

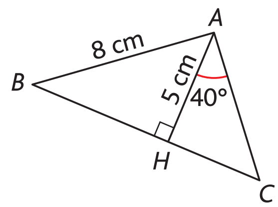
4 **1.** Construire un triangle ABC sachant qu'il est rectangle en B et que $AB = 5$ cm et $\widehat{BAC} = 60°$.

2. Calculer AC.

5 **1.** Construire le triangle EFG tel que $EF = 12$ cm, $EG = 5$ cm et $FG = 13$ cm.

2. On admet que le triangle EFG est rectangle en E. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{EFG}$ (arrondi au degré près).

6 $[AH]$ est la hauteur issue du sommet A d'un triangle ABC.



1. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BAH}$.

On donnera une valeur arrondie au degré près.

2. Calculer la longueur HC. On donnera une valeur arrondie au millimètre.

7 L'unité de longueur est le mètre. On donne un triangle ABC tel que :

$$AB = 7{,}8 \; ; \quad AC = 7{,}2 \quad \text{et} \quad BC = 3.$$

1. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en C.

2. a. Calculer la tangente de l'angle $\widehat{CAB}$. On donnera le résultat au millième près.

b. En déduire une valeur approchée de l'angle $\widehat{CAB}$ au degré près.

Techniques de base

16. Trigonométrie

Corrigés

Test

1 QCM

1. Connaissant les côtés opposés et adjacents à $\widehat{NMP}$, on utilise $\tan^{-1}$: réponse d.

2. Si $\sin(x) = 0{,}8 \div 4$, alors $x = \sin^{-1}(0{,}2)$, soit environ 11,5° : réponse c.

Applications directes

2 1. a. NOP est un triangle rectangle en P. **L'hypoténuse est $[NO]$.**

b. Le côté opposé à $\widehat{NOP}$ est $[\boldsymbol{NP}]$ et le côté adjacent à $\widehat{NOP}$ est $[\boldsymbol{OP}]$.

2. On a $\cos(\widehat{NOP}) = \dfrac{\text{côté adjacent à } \widehat{O}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{\boldsymbol{OP}}{\boldsymbol{NO}}$;

$\sin(\widehat{NOP}) = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{O}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{\boldsymbol{NP}}{\boldsymbol{NO}}$;

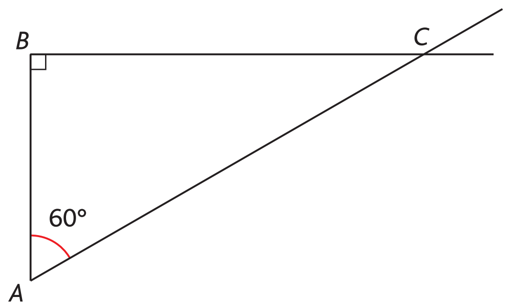
$\tan(\widehat{NOP}) = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{O}}{\text{côté adjacent à } \widehat{O}} = \dfrac{\boldsymbol{NP}}{\boldsymbol{OP}}$.

3 a. $\cos(x) = 0{,}4$ donne $x = \cos^{-1}(0{,}4)$, soit $\boldsymbol{x = 66}°$ au degré près ;

b. $\sin(x) = \dfrac{2}{3}$ donne $x = \sin^{-1}\left(\dfrac{2}{3}\right)$, soit $\boldsymbol{x = 42}°$ au degré près ;

c. $\tan(x) = 1{,}5$ donne $x = \tan^{-1}(1{,}5)$, soit $\boldsymbol{x = 56}°$ au degré près.

4 1.

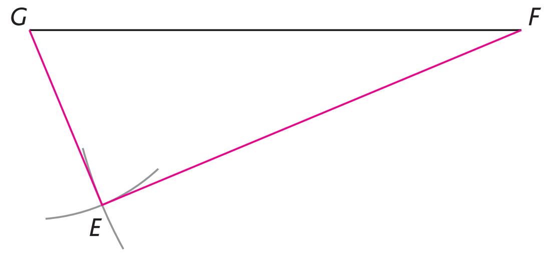


2. Dans le triangle ABC rectangle en B,

$\cos(\widehat{BAC}) = \dfrac{\text{côté adjacent à } A}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{AB}{AC}$,

soit $\cos(60°) = \dfrac{5}{AC}$ ou encore $\dfrac{1}{2} = \dfrac{5}{AC}$. Par produits en croix, on a $1 \times AC = 2 \times 5$ d'où $\boldsymbol{AC = 10}$ **cm.**

5 1. On trace le côté $[FG]$ de longueur 13 cm puis deux arcs de cercle, l'un de centre F et de rayon 12 cm et l'autre de centre G et de rayon 5 cm, qui se coupent en E.



2. Dans le triangle EFG rectangle en E, on a :

$\sin(\widehat{EFG}) = \dfrac{\text{côté opposé à } F}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{EG}{FG} = \dfrac{5}{13}$.

On a donc $\widehat{EFG} = \sin^{-1}\left(\dfrac{5}{13}\right)$, soit $\boldsymbol{\widehat{EFG} = 23}°$ **arrondi au degré près.**

On pouvait aussi utiliser le cosinus ou la tangente.

6 1. Dans le triangle BAH rectangle en H :

$\cos(\widehat{BAH}) = \dfrac{\text{côté adjacent à } A}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{AH}{AB} = \dfrac{5}{8} = 0{,}625$.

On a donc $\widehat{BAH} = \cos^{-1}(0{,}625)$, soit $\boldsymbol{\widehat{BAH} = 51}°$ **arrondi au degré près.**

2. Dans le triangle CAH rectangle en H :

$\tan(\widehat{CAH}) = \dfrac{\text{côté opposé à } A}{\text{côté adjacent à } A} = \dfrac{HC}{AH}$,

soit $\tan(40°) = \dfrac{HC}{5}$.

On fait $\tan(40°) \times 5 = HC$,

d'où $\boldsymbol{HC = 4{,}2}$ **cm, valeur arrondie au millimètre.**

7 1. Dans le triangle ABC, on a $AB^2 = 7{,}8^2 = 60{,}84$ et $AC^2 + BC^2 = 7{,}2^2 + 3^2 = 60{,}84$.

On constate que $AB^2 = AC^2 + BC^2$.

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, **le triangle ABC est rectangle en C.**

2. a. Dans le triangle ABC rectangle en C, on a :

$\tan(\widehat{CAH}) = \dfrac{\text{côté opposé à } A}{\text{côté adjacent à } A} = \dfrac{HC}{AH}$,

soit $\tan(\widehat{CAB}) = \dfrac{3}{7{,}2}$.

On a $\boldsymbol{\tan(\widehat{CAB}) = 0{,}417}$ **, au millième près.**

b. On a donc $\widehat{CAB} = \tan^{-1}(0{,}417)$, soit $\boldsymbol{\widehat{CAB} = 23}°$ **au degré près.**